Bette Mohamedvall
Savia Med Vall

# Exercice Corrigée

# Erraja

Exercice 2

Déterminer et représenter l'ensemble des points M d'affixe z tels que:

1. $|z+2-3i|=2$
2. $|z+4+3i|=|z-3-4i|$
3. $\left|\dfrac{z+2-3i}{iz-1-i}\right|=1$
4. $|z+2-3i|=|\bar{z}+2i|$
5. $|(1-i)z-2i|=|(1+i)z-4-4i|$
6. $\left|\dfrac{z+1+2i}{z-3i}\right|=3$

## Solution :

1) $|z+2-3i|=2$ , $A(-2,3i)$

$\Rightarrow M\in \mathcal{C}(A,2)$.

2) $|z+4+3i|=|z-3-4i|$

$B(-4,-3i)$ , $C(3,4i)$

$\Rightarrow \boxed{|MB|=|MC|} \Rightarrow M\in \text{med}[BC]$

3) $\dfrac{|z+2-3i|}{|iz-1-i|}=1$

$\Rightarrow \dfrac{|z+2-3i|}{|i|\cdot|z+i-1|}$ , $\Rightarrow D(-i+1)$
$A(-2+3i)$

$\Rightarrow \dfrac{MA}{MD}=1 \Rightarrow M\in \text{med}[AD]$.

4) $|z+2-3i|=|\bar{z}+2i|$

$|z+2-3i|=|\overline{z-2i}|$

$\Rightarrow |z+2-3i|=|z+2i|$.

$A(-2,3i)$ , $H(2i)$.

$\Rightarrow \boxed{MA=MH} \Rightarrow M\in_{\text{med}}[AH]$

5) $|(1-i)z-2i|=|(1+i)z-4-4i|$

$|(1-i)(z+(1-i)|=|(1+i)(z-4)|$

$\Rightarrow \cancel{\sqrt{2}}|z+1-i|=\cancel{\sqrt{2}}|z-4|$

$D(-1,i)$ , $F(4)$ , $MD=MF$

Doù $M\in$ med $[DF]$.

6) $\left|\dfrac{z+1+2i}{z-3i}\right|=3$

$K(-1-2i)$ , $L(3i)$

$\dfrac{MK}{ML}=3 \Rightarrow \dfrac{MK^2}{ML^2}=9$.

$\Rightarrow MK^2-9ML^2=0$

$(\vec{MK}+3\vec{ML})(\vec{MK}-3\vec{ML})=0$

$P=\text{bar}\begin{array}{c|c} K & L \\ 1 & 3\end{array}$ , $Q=\text{bar}\begin{array}{c|c} K & L \\ 1 & -3\end{array}$

$4\vec{MP}\cdot-2\vec{MQ}=0$

$-8(\vec{MP}\cdot\vec{MQ})=0$

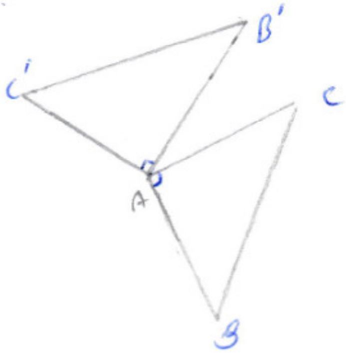
$\Rightarrow M\in \mathcal{C}([PQ])$..

$(B_3)$

**Exercice 14**

**Soient ABC et AB'C' deux triangles directs rectangles isocèles en A. Soient a,b,c,a',b' les affixes respectives des points A,B,C,B',C'.**
**1) Exprimer c et c' en fonction de a , b et b'.**
**2) Montrer que BB' = CC' et (BB') ⊥ (CC').**

1) $\frac{c-a}{b-a} = i$




$\Rightarrow c - a = i(b-a)$

$c = a + i(b-a)$

$\Rightarrow c = a + ib - ia$

$\Rightarrow c = a(1-i) + ib$

$\boxed{c = a(1-i) + ib}$

$\frac{c'-a}{b'-a} = i \Rightarrow c' = ib' + (1+i)a$

$\boxed{\Rightarrow c' = ib' + (1-i)a}$

2) M.q $BB' = CC'$ et $(BB') \perp (CC')$

$\frac{c'-c}{b'-b} = \frac{ib' + (1-i)a - ib - (1-i)a}{b'-b}$

$\frac{ib' - ib}{b'-b} = \frac{i\cancel{(b'-b)}}{\cancel{(b'-b)}} = i$

groupe
$(B_3)$
Bette/med vale
Sariya/med vale

**Exercice 11**

**Simplifier les expressions suivantes:**

1) $C_n = 1+\cos x+\cos 2x+\cdots \cos nx$
$S_n = \sin x+\sin 2x+\cdots \sin nx$ ; (On pourra calculer $C_n+iS_n$)

2) $C_n = \cos^2 x+\cos^2 x\cos 2x+\cdots+\cos^n x\cos nx$
$S_n = \cos x\sin x+\cos^2 x\sin 2x+\cdots+\cos^n x\sin nx$ ; (On pourra calculer $C_n+iS_n$)

Solution:

1) $C_n + i S_n =$
$1+(\cos x+i\sin x)+(\cos 2x+i\sin 2x)+\cdots+(\cos nx+i\sin nx)$
$= 1+e^{ix}+e^{2ix}+e^{3ix}+\cdots+e^{inx}$

Suite géometrique de raison $e^{ix}$ ($q=e^{ix}$)

$$= \frac{1-e^{i(n+1)x}}{1-e^{ix}} = \frac{e^{i0}-e^{i(n+1)x}}{e^{i0}-e^{ix}}$$

Identités utiles pour $\alpha,\beta$ réels:

$$\boxed{e^{i\alpha}-e^{i\beta} = 2i\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot e^{i\frac{\alpha+\beta}{2}}}$$

on a: $$\frac{2i\sin\frac{(n+1)x}{2}\cdot e^{i\frac{(n+1)x}{2}}}{2i\sin\frac{x}{2}\cdot e^{i\frac{x}{2}}}$$

$$= \frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}\cdot e^{in\frac{x}{2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{R}{|Z|} \Rightarrow R = \cos\alpha\cdot|Z|$$

$$C_n = R = \frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}\cdot\cos\frac{nx}{2}$$

$$\sin\alpha = \frac{Im}{|Z|} \Rightarrow Im = \sin\alpha\cdot|Z|$$

$$S_n = Im = \frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}\cdot\sin\frac{nx}{2}$$

2) $C_n + i S_n =$
$\cos^2 x+\cos^2 x\cos 2x+\cdots+\cos^n x\cos nx+i(\cos x\sin x+\cos^2 x\cdot\sin 2x+\cdots+\cos^n x\sin nx) = (\cos^2 x+i\cos x\sin x)+(\cos^2 x\cos 2x+i\cos^2 x\sin 2x)+\cdots+(\cos^n x\cos nx+i\cos^n x\cdot\sin nx) = \cos x\, e^{ix}+\cos^2 x\, e^{2ix}+\cdots+\cos^n x\cdot e^{nix}$

$$\frac{1-(\cos x\, e^{ix})^n}{1-\cos x\cdot e^{ix}}\times\cos x\cdot e^{ix}$$

$$\cos x\, e^{ix} = \frac{1}{2}(2\cos x\, e^{ix})$$

$$= \frac{1}{2}(1+e^{2ix})$$

Saviya/med Vale
groupe $B_{(3)}$
Bettel/med Vall.

$$C_n + i S_n = \frac{1}{2}\left(1 + e^{2ix}\right)\left[\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(1 + e^{ix}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}\left(1 + e^{ix}\right)}\right]$$

**Exercice 5**

**Déterminer suivant les valeurs de $\theta$ ($\theta \in [0;2\pi[$) le module et l'argument de chacun des nombres complexes suivant:**

$z_1 = \cos\theta + i(1+\sin\theta)$, $z_2 = 1+\cos\theta + i\sin\theta$, $z_3 = 1+\sin\theta - i\cos\theta$, $z_4 = 1 + i\tan\theta$,

$z_5 = \dfrac{1+\cos\theta + i\sin\theta}{1+\cos\theta - i\sin\theta}$, $z_6 = \dfrac{1+i\tan\theta}{1-i\tan\theta}$

1) $z_1 = \cos\theta + i(1+\sin\theta)$

$|z_1| = \sqrt{\cos^2\theta + (1+\sin\theta)^2}$

$= \sqrt{\cos^2\theta + \sin\theta + 2\sin\theta + 1}$

$= \sqrt{2+2\sin\theta}$

$\arg(z_1) = \arg(i + e^{i\theta})$

$= \arg(e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot e^{i\theta})$

$= \dfrac{\frac{\pi}{2}+\theta}{2}$

2) $z_2 = 1 + \cos\theta + i\sin\theta$

$= e^{i0} + e^{i\theta} = 2\cos\frac{\theta}{2} \cdot e^{i\frac{\theta}{2}}$

$|z_2| = 2\cos\frac{\theta}{2}$ $[\theta \in ]-\pi;\pi]]$

$\boxed{\arg(z_2) = \frac{\theta}{2}}$

3) $z_3 = 1 + \sin\theta - i\cos\theta$

$= 1 - i(\cos\theta + i\sin\theta)$

$= 1 - ie^{i\theta} = 1 + e^{-i\frac{\pi}{2}} \cdot e^{i\theta}$

$= e^{i0} + e^{i(\theta - \frac{\pi}{2})}$

$= 2\cos\left(\dfrac{\theta - \frac{\pi}{2}}{2}\right) e^{i\frac{\theta-\frac{\pi}{2}}{2}}$

$\boxed{z_3 = 2\cos\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot e^{i\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}}$

si $2\cos\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0$, alors

$\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\boxed{\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi}$

$k = 0 \Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{2} \in [0,2\pi[$

$\Rightarrow \boxed{\theta = \frac{3\pi}{2} \in [0, 2\pi[}$

| $\theta$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{\theta}{2}$ | $0$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\pi$ |
| $\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}$ | $-\frac{\pi}{4}$ | $0$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ |
| $\cos(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4})$ | $+$ | $+$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $\lvert z \rvert$ | $2\cos\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ | | | $0$ | $-2\cos\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ |
| arg | $\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}$ | | | | $\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4} + \pi$ |

Conclusion:

Si $\theta \in [0, \frac{3\pi}{2}[$ ; $|z| = 2\cos\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

et $\arg z = \frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}$

Si $\theta = \frac{3\pi}{2}$ ; $|z| = 0$, pas d'argument

Si $\theta \in ]\frac{3\pi}{2}, 2\pi[$ , $|z| = 2\cos\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

et $\arg z = \frac{\theta}{2} + \frac{3\pi}{4}$

$z_4 = 1 + \tan\theta = 1 + \dfrac{i\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\cos\theta + i\sin\theta}{\cos\theta}$

$\Rightarrow \boxed{z_4 = \frac{1}{\cos\theta} \cdot e^{i\theta}}$

$\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[ \cup ]\frac{3\pi}{2} ; 2\pi[$ ; $\cos\theta > 0$

$\theta \in ]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$ , $\cos\theta < 0$

$\theta \in \{\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\}$ , $\cos\theta = 0$

| $\theta$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{\cos\theta}$ | + | − | + | |
| $\|z\|$ | $\frac{1}{\cos\theta}$ | $-\frac{1}{\cos\theta}$ | $\frac{1}{\cos\theta}$ | |
| $\arg z$ | $\theta$ | $\pi+\theta$ | $\theta$ | |

$$z_5 = \frac{1+e^{i\theta}}{1+e^{-i\theta}} = \frac{e^{i\theta}(1+e^{i\theta})}{e^{i\theta}(1+e^{-i\theta})} = \frac{e^{i\theta}(1+e^{i\theta})}{e^{i\theta}+1}$$

Conclusion:

$\theta=\pi$ ; $z$ n'existe pas

$\theta \in [0,\pi[\cup]\pi,2\pi[$ ; $z=e^{i\theta}$

donc $|z|=1$ $\arg z=\theta$.

$$z_6 = \frac{1+i\tan\theta}{1-i\tan\theta} \; ; \; \theta \notin \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}.$$

$$= \frac{1+i\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{1-i\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$z = \frac{\cos\theta+i\sin\theta}{\cos\theta-i\sin\theta} = \frac{e^{i\theta}}{e^{-i\theta}} = e^{i2\theta}$$

Si $\theta \in \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$, $z_6$ n'existe pas

Si $\theta \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right[\cup\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[\cup\left]\frac{3\pi}{2};2\pi\right[$

alors $|z|=1$ et $\arg z=2\theta$.

groupe B(3)
Bette/medvall
Salliya/medvali

(

**Exercice 17**

On muni le plan complexe d'un repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. Soit $f_a$ l'application qui associe au point M d'affixe z le point M' d'affixe z' telle que :

$$z' = (a+\frac{1}{2}i)z+4-4a-2i, \quad a \in \mathbb{C}$$

1) Reconnaître l'application $f_a$ et la caractériser pour chacune des valeurs suivantes du nombre complexe a :

a) $a = 1-\frac{1}{2}i$ b) $a = 2-\frac{1}{2}i$ c) $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $a = \frac{1}{2}$

2) Dans la suite de l'exercice on suppose que $a \in \mathbb{R}$ et on note $\theta = \arg(a+\frac{1}{2}i)$. Soit les points $M_0(3;0)$ et $\Omega(4;0)$. Pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$ on pose $M_{n+1} = f_a(M_n)$. On note $z_n$ l'affixe du point $M_n$.

a) Calculer et écrire sous forme algébrique : $z_1$ et $z_2$ en fonction de a.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $z_n = 4-(a+\frac{1}{2}i)^n$.

c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on pose : $V_n = |z_n - 4|$. Pour quelles valeurs de $\theta$ ; la suite $(V_n)$ est elle convergente ?

d) Calculer en fonction de n : $d_n$ et $S_n = \sum_{k=0}^{n} d_k$. on $d_n = M_nM_{n+1}$

e) Pour $a = \frac{1}{2}$ ; déterminer la nature du triangle $\Omega M_n M_{n+1}$. Placer les points $M_0$ ; $M_1$ et $M_2$. Calculer $S_n$ et $\lim_{n\to\infty} S_n$ puis interpréter géométriquement.

1) $f_a = z' = (a+\frac{1}{2}i)z+4-4a-2i$

a) $f_{a=1-\frac{1}{2}i} = (1-\frac{1}{2}i+\frac{1}{2}i)z+4-4(1-\frac{1}{2}i)-2i$

Donc $z' = z+4-4+2i-2i$

$\Rightarrow z' = z$

donc $f_{1-\frac{1}{2}i}$ est la translation de vecteur nul c'est-a-dire l'indentite du plan P

b) $a = 2-\frac{1}{2}i$ ; $f(2-\frac{1}{2}i) \Rightarrow$

$z' = (2-\frac{1}{2}i+\frac{1}{2}i)z+4-4(2-\frac{1}{2}i)-2i$

$z' = 2z-4$

$\Rightarrow z' = 2z-4$

Donc $z' = \alpha z+\beta$ avec $\alpha \in \mathbb{R}^*/\{1\}$

Donc $f(2-\frac{1}{2}i)$ est l'homothetie de rapport $\alpha = 2$ et de centre le pt $\Omega$ d'affixe $\frac{\beta}{1-\alpha} = \frac{-4}{1-2} = 4$

Donc $\Omega(4;0)$

1) c) $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $f(\frac{\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow$

$z' = (\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)z+4-4\frac{\sqrt{3}}{2}-2i$

$z' = (\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)z+4-2\sqrt{3}-2i$

Donc $z' = \alpha z+\beta$ avec $\alpha \neq 1$

et $|\alpha| = \sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$

Donc $f_{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ est la rotation d'angle avec $\arg(\alpha) = \arg(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)$

$= \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$

et de Centre le pt $\Omega$ d'affixe

$\frac{\beta}{1-\alpha} = \frac{4-2\sqrt{3}-2i}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i} = \frac{2(2-\sqrt{3}-i)}{\frac{(2-\sqrt{3}-i)}{2}}$

$= \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$ Donc $\Omega(4;0)$

Saviya/med vall.
BH e/med vall.
groupe $(B_3)$

d) $a=\frac{1}{2}$ $f\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow z'=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)z$
$+4-4a-2i$

$\Rightarrow z'=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)z+2-2i$

Donc: $z'=\alpha z+\beta$ avec $\alpha \notin \mathbb{R}$
et le $|\alpha|=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\neq 1$

Donc $f_{\frac{1}{2}}$ est la similitude direct de rapport $|\alpha|=\left|\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right|=\frac{1}{\sqrt{2}}$
d'angle $\arg(\alpha)=\theta\,[2\pi]$

$$\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{1/2}{\sqrt{2}/2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\theta=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{cases} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{4}$$

Donc: d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de Centre le pt $\Omega$ d'affixe $\frac{\beta}{1-\alpha}=\frac{2-2i}{1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i}=\frac{2-2i}{\frac{1-i}{2}}$
$=\frac{4(1-i)}{(1-i)}=4$ Donc: $\Omega(4;0)$

2) $M_{n+1}=f_a(M_n)$ $\forall n\in\mathbb{N}$

$\Rightarrow z_{n+1}=\left(a+\frac{1}{2}i\right)z_n+4-4a-2i$

or: $M_0(3;0)$ alors $z_0=3$

Donc $z_1=\left(a+\frac{1}{2}i\right)3+4-4a-2i$

$z_1=3a+\frac{3}{2}i+4-4a-2i$

$z_1=4-a-\frac{1}{2}i$

$\Rightarrow z_1=4-a-\frac{1}{2}i \Rightarrow z_1=4-\left(a+\frac{1}{2}i\right)^2$

De même $z_2=\left(a+\frac{1}{2}i\right)\left(4-a-\frac{1}{2}i\right)$
$+4-4a-2i$

$\Rightarrow z_2=4a-a^2-\frac{1}{2}i+2i-\frac{1}{2}ia+\frac{1}{4}$
$+4-4a-2i$

$z_2=\frac{17}{4}-a^2-ia$

$z_2=4-\left(a+\frac{1}{2}i\right)^2$

b) $z_1=4-\left(a+\frac{1}{2}i\right)^2$
$z_2=4-\left(a+\frac{1}{2}i\right)^2$

Supposons que $z_n=4-\left(a+\frac{1}{2}i\right)^n$

Calcule $z_{n+1}=\left(a+\frac{1}{2}i\right)z_n+4-4a-2i$

$=4\left(a+\frac{1}{2}i\right)-\left(a+\frac{1}{2}i\right)^{n+1}+4-4a-2i$

$z_{n+1}=4-\left(a+\frac{1}{2}i\right)^{n+1}$

$z_n=4-\left(a+\frac{1}{2}i\right)^{n+1}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

c) $V_n=|z_n-4|=\left|a+\frac{1}{2}i\right|^n=$
$\left|\sqrt{a^2+\frac{1}{4}}\cdot e^{i\theta}\right|^n$

$V_n$ est une suite géométrique de premier terme.

$|z_0-4|=|-1|=1$

et de raison $q=\sqrt{a^2+\frac{1}{4}}$ Pour $(V_n)_n$ Converge il faut que

$\sqrt{a^2+\frac{1}{4}}\leq 1$

$a^2+\frac{1}{4}\leq 1$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}\leq a\leq\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\theta\in\left[\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$

d) $S_n=\sum_{k=0}^{n} d_k$, $d_n=M_nM_{n+1}$

$d_n=|z_{n+1}-z_n|=\left|\left(a+\frac{1}{2}i\right)^n-\left(a+\frac{1}{2}i\right)^{n+1}\right|$

$=\left|\left(a+\frac{1}{2}i\right)^n\left(1-a-\frac{1}{2}i\right)\right|$

$=\left(\sqrt{a^2+\frac{1}{4}}\right)^n\cdot\left(\sqrt{a^2-2a+\frac{5}{4}}\right)=$

$V_n\cdot\sqrt{a^2-2a+\frac{5}{4}}$

Exercice 8

**Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante:**

$$10z^4-(39-3i)z^3+60z^2-(39-3i)z+10=0 \text{ ; ( On pose } Z=z+\frac{1}{z}).$$

solution:

$E: 10z^4-(39-3i)z^3+60z^2$
$-(39-3i)z+10=0$

On pose $Z=z+\frac{1}{z}$

$a(z+\frac{1}{z})^2+b(z+\frac{1}{z})+c=0$

$a(\frac{z^4+2z^2+1}{z^2})+b(z+\frac{1}{z})+c=0$

$\frac{az^4+2az^2+a}{z^2}+\frac{bz^2+b}{z}+c=0$

On miltiple l'équation $z^2$:

$z^2(\frac{az^4+2az^2+a}{z^2}+\frac{bz^2+c}{z}+c)=0$

$az^4+2az^2+az^2+bz^3+cz=0$

$az^4+2az^2+az^2+bz^3+cz=0$

$az^4+bz^3+(2a+c)z^2+bz+a=0$

$\boxed{a=10}$ $b=-(39-3i)$ $2a+c=60$

$\Rightarrow \boxed{c=40}$

$10z^2-(39-3i)z+40=0$

$\Delta=b^2-4A.C$

$\Delta=(39-3i)^2-4(10).(40)$

$\Delta=(39-3i)^2-1600$

$\Delta=-88+234i$

$\begin{cases} x^2+y^2=|\Delta| \\ x^2-y^2=\mathrm{Re}(\Delta) \\ 2xy=\mathrm{Im}(\Delta) \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+y^2=250 \\ x^2-y^2=-88 \\ 2xy=234 \end{cases}$

$① + ② \Rightarrow 2x^2=162 \Rightarrow x^2=81$

$\Rightarrow x=\pm 9$

$① - ② \Rightarrow 2y^2=338 \Rightarrow y^2=169$

$\Rightarrow y^2=\pm 13$

$③\ 2xy=234 \Rightarrow xy=\frac{234}{2}$

$\Rightarrow xy=117$ même signe

$\sqrt{\Delta}=9+13i$ , $\sqrt{\Delta}=-9-13i$

$\boxed{\sqrt{\Delta}=9+3i}$

$Z_1=\frac{39-3i-9-13i}{20}=\frac{30-16i}{20}$

$Z_1=\frac{15-8i}{10}$

$Z_2=\frac{48+10i}{20}=\frac{24+5i}{10}$

$Z_1+\frac{1}{Z_1}=\frac{15-8i}{10}$

$Z_2+\frac{1}{Z_2}=\frac{24+5i}{10}$

groupe (B3)
Saviya/mhamed vall
Bette/ mhamed vall.

$$z + \frac{1}{z} = \frac{15-8i}{10}$$

$$\Rightarrow 10\left(\frac{z^2+1}{z}\right) = \left(\frac{15-8i}{10}\right)z$$

$$\Rightarrow 10z^2 - (15-8i)z + 10 = 0$$

$\cancel{225}$

$$D = b^2 - 4Ac$$

$$D = (15-8i)^2 - 4(10).(10)$$

$$D =$$

http://maurimath.net/Espaceeleves.php

**Exercice 20** | **Bac**

**On considère un triangle ABC de sens direct et on construit à l'extérieur de ce triangle trois triangles ACQ, BAR et CBP rectangle et isocèle respectivement en A, B et C. Soient P', Q' et R' les milieux respectifs des segments [BP], [CQ] et [AR].**

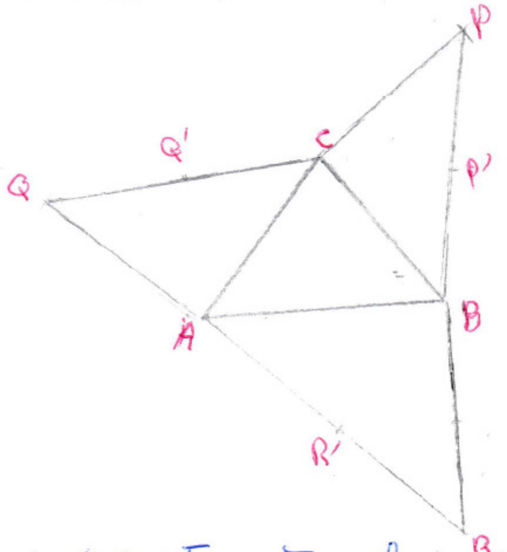
**L'objectif de cette partie est de montrer que les triangles ABC, PQR et P'Q'R' sont de même centre de gravité. On considère le plan complexe muni du repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. Soient $a, b, c, p, q, r, p', q'$ et $r'$ les affixes respectives des points A, B, C, P, Q, R, P', Q' et R'.**

**1. Faire une construction illustrant les données précédentes.**

**2.a) Montrer que $p' = \dfrac{b-ic}{1-i}$ puis écrire $q'$ en fonction de $a$ et $c$ ; $r'$ en fonction de $a$ et $b$.**

**b) Calculer $p'+q'+r'$ en fonction de $a$, $b$ et $c$ puis en déduire que les triangles ABC et P'Q'R' ont le même centre de gravité G d'affixe $g$.**

**3. Exprimer chacun des complexes $p, q$ et $r$ en fonction de $a, b$ et $c$ puis montrer que les triangles ABC et PQR ont le même centre de gravité G.**




2.a) p'CB est rectangle isocèle en p

$\frac{b-p'}{c-p'} = i \Rightarrow b-p' = i(c-p')$

$\Leftrightarrow b-p' = ic - ip \Rightarrow p'(1-i) = b - ic \Rightarrow \boxed{p' = \frac{b-ic}{1-i}}$

De même :

$q' = \frac{c-iq}{1-i}$ et $r' = \frac{a-ib}{1-i}$

b) $p'+q'+r' = \frac{b-ic+c-ia+a-ib}{1-i}$

$= \frac{(a+b+c)(1-i)}{1-i} = \frac{(a+b+c)(1-i)}{1-i}$

$= a+b+c$

Donc :

$p'+q'+r' = a+b+c$

$\frac{p'+q'+r'}{3} = \frac{a+b+c}{3} \Rightarrow ABC$ et PQR ont le même centre de gravité G d'affixe

$\boxed{g = \frac{a+b+c}{3} = \frac{p'+q'+r'}{3}}$

3) ACQ, ABR et CBP sont rectangle isocèle en A, B et P

$\frac{q-a}{c-a} = i$ ; $\frac{r-b}{a-b} = i$ ; $\frac{p-c}{b-c} = i$

$\Rightarrow \begin{cases} p = c+ib-ci \\ q = a+ic-ia \\ r = b+ia-ib \end{cases}$

$$\Rightarrow p+q+r = a+b+c$$

$$\frac{p+q+r}{3} = \frac{a+b+c}{3}$$

$\Leftrightarrow$ ABC sT pqR sT le même Centre de grabité G